**第五周习题课 高阶偏导，隐函数**

**一．二阶偏导**

1. 设，其中函数与的二阶偏导数连续，求

解：，其中，。



而 。所以

，其中，。



。



。





；









。

代入即可。

1. 设二阶连续可微，并且满足方程



若令 试确定为何值时能变原方程为 .

解 将看成自变量，看成中间变量，利用链式法则得











=

由此可得, =

==0

只要选取使得 , 可得 .

问题成为方程有两不同实根，即要求： .

令,,即可。

此时，.

.

1. 设, 又,, ,求 ,  

解: ,

两边对求导,

. (1)

,

两边对求导,

, .

两再边对求导,

. (2)

由已知 , (3)

(1), (2), (3) 联立可解得:

。

1. 定义齐次函数：如果函数满足，则称为次齐次函数。

若，则为次齐次函数。

证明：若为次齐次函数，则，，令，即。

若，则。

计算，

所以与无关，。

**二．隐函数的求导法**

**隐函数定理：存在性，可微性，及隐函数的导数（偏导数）**

若函数, 由方程确定，求导函数？

方法一：代入函数关系，按复合函数求隐函数的导数（偏导）的方法求隐函数的导数（偏导）

隐函数定义有恒等式：，

。

从这是可见：函数可导有一个充分条件是，.

方法二：按隐函数定理的公式求隐函数的导数（偏导）的方法求隐函数的导数（偏导）。

1. 已知函数由方程是常数，求导函数。

解：方法一。

方程两边对求导，





方法二。

，





。

一般来说，若函数, 由方程确定，求导之函数？

将看作是的函数,对于方程



两端分别关于求偏导数得到，并解,可得到公式 :

1. 设，证明：方程所确定的隐函数满足。

证明：记。

方法一。，

对求偏导，，

，解得。

对求偏导，，

，解得，

所以。

方法二。记，则方程确定隐函数。

，

，

，

， 。。。。。。

1. 设函数由方程组 确定， 求

.

解：解法一。 解方程得：

=

由此得到 .

解法二：记，则

， 

略。

1. 已知函数由参数方程:,给定，试求.

解 这个问题涉及到复合函数微分法与隐函数微分法. 是自变量,是中间变量(是的函数), 先由  得到





 是由方程的的隐函数，在这两个等式两端分别关于求偏导数，得 ， 

得到 

将这个结果代入前面的式子, 得到



与 

**同样，我们可以求二阶偏导。**

1. **隐函数**函数由方程确定，求

解： 函数关系分析: 5 (变量) − 3 (方程)=2(自变量);

一函 (*u*), 二自( *x, y* ), 二中( *z, t* )

, 

, .